SIEGFRIED WETZEL · MAUR/SCHWEIZ

Sonnenuhr und Selbstorientierung

Inhalt

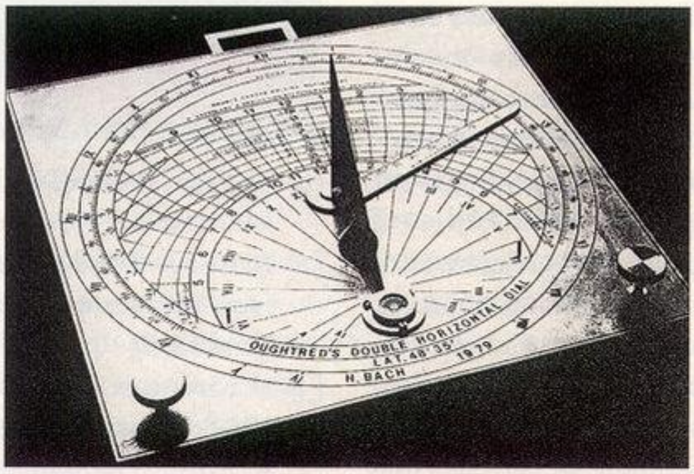


Abb. 1
Doppel-Sonnenuhr von Oughtred, Nachbau [4]

Einleitung

Den Begriff der Selbstorientierung hat *Rohr* [1] in seiner Beschreibung der Doppel-Sonnenuhr von *Oughtred* gewählt. Er wurde zu einem Thema in weiteren Arbeiten [2], [3] in den Schriften der »Freunde alter Uhren«.

Diese Uhr (Abb.1) gewinnt einmal mit Hilfe des Schattens einer senkrechten Kante das Azimut der Sonne und daraus bei bekannter Deklination den Stundenwinkel bzw. die Tagesstunde. Letztere werden auf einem zweiten Zifferblatt ein und derselben horizontalen Platte auch vom Schatten einer zum Himmelspol zielenden Kante angezeigt.

Die Platte ist bezüglich der Himmelsrichtungen ausgerichtet, wenn auf beiden Zifferblättern die selbe Tagesstunde abgelesen wird. »Selbstorientierung« meint also nur, dass keine »fremde« Orientierungshilfe – etwa ein Kompass oder eine andere Uhr – bei der Ausrichtung dieser Uhr gebraucht wird.

Die einschlägigen Autoren machen die allgemeine Feststellung, dass für diesen Zweck in der Sonnenuhr zwei den Ort der Sonne bestimmende Grössen zu messen sind und ergänzen davon ausgehend, *Oughtred's* Uhr durch eigene Entwürfe.

Die Bestimmungsgrössen in denkbaren Zweierkombinationen und in ausgeführten Uhren sind:

1. Stundenwinkel und Azimut: *Oughtred* und [2] [3]
2. Stundenwinkel und Höhenwinkel: [3]
3. Azimut und Höhenwinkel: [3].

Die Deklination kommt nicht vor, denn der Stundenwinkel ist von ihr unabhängig im Gegensatz zu seiner Codierung in Azimut und Höhenwinkel.[1]

Ich werde grundsätzliche Überlegungen zu den genannten Zweierkombinationen anstellen und dann eine quantitative, also rechnerische Untersuchung über die Selbstorientierung bei der Doppel-Sonnenuhr vom Typ *Oughtred* vornehmen.

1. Bestimmungsgrössen und Selbstorientierung

Die Polstab-Sonnenuhr hat ihre »Orientierung verloren« [3]. Ausser dem absichtlichen Verlust der Deklination, von der ihre Anzeige unabhängig wurde, hat sie auch Orientierungsverlust im Sinne unseres Themas gegenüber einer Sonnenuhr mit Gnomon erlitten. Wenn letztere unorientiert aufgestellt ist, so ist nur das Zifferblatt

[1] Stundenwinkel und Deklination bestimmen den Ort der Sonne mit Polar-Koordinaten des Ortsäquators, Azimut und Höhenwinkel bestimmen ihn mit Polar-Koordinaten des Horizontes [5].

verdreht. Der Gnomon steht immer richtig, seine Schatten-Richtung ist bei Verdrehung bezüglich des Horizontes immer gleich. Der Polstab kommt aber bei Verdrehung um eine vertikale Achse in eine andere Lage. Sein Schattenwurf ist völlig anders und unbrauchbar.

Daraus folgt, dass zumindest die Polstab-Sonnenuhr Orientierungshilfe bei der Aufstellung braucht. Ihr Vorkommen (Messung des Stundenwinkels) in den beiden ersten o.g. Zweierkombinationen unterstützt diese Feststellung.

Die horizontale gnomonische Sonnenuhr benötigt gar keine Hilfe. Das ist überraschend, aber der punktförmige Schatten zeigt doch schon zwei Bestimmungsgrössen an, nämlich Azimut und Höhe (die o.g. dritte Zweierkombination). Wenn auf ihrem Zifferblatt diese Grössen sowohl zum Stundenwinkel als auch zur Deklination verarbeitet sind, so leistet diese einfache Sonnenuhr fast dasselbe wie die doppelte von *Oughtred*. Die Kenntnis der Deklination ist in beiden Fällen nötig.

Die in Abb. 2 gezeigte übliche gnomonische Uhr ist richtig ausgerichtet, wenn die Gnomon-Spitze ihren Schatten auf die Hyperbel der gültigen Deklination wirft. Allerdings kann nicht zwischen Vor- und Nachmittag unterschieden werden. Man muss nach einiger Zeit kontrollieren und allenfalls umstellen, wenn sich die Höhe im umgekehrten Sinne verändert haben sollte (der Schattenpunkt hat die Hyperbel verlassen).

Vorgang und Erfolg der Orientierung werden deutlich, wenn man eine Zirkelspitze in den Gnomon-Fusspunkt G' sticht und Kreisbögen zeichnet, die sich mit den Hyperbeln schneiden. Am Mittag gibt es nur Tangenten, daneben schleifende, also ungenaue Schnitte. Aber ab einiger zeitlichen Entfernung vom Mittag sind die Schnittpunkte deutlich genug, um die Uhr auf diese Weise gut orientieren zu können.

Würde man auf dem Zifferblatt in Abb. 2 die Stundenlinien weglassen, so wäre die Uhr immer noch orientierbar. Man müsste sie mit einer Polstab-Uhr zu einer Doppel-Sonnenuhr verbinden (die o.g. zweite Zweierkombination), um dort die Stunde abzulesen.

Eine reine azimutale Sonnenuhr, d.h. eine mit beliebig langem vertikalen Schattenstab ist allein nicht orientierbar, denn Azimut und Himmelsrichtung (die bei Desorientierung nicht stimmt) sind untereinander invariant. Das Azimut ist eine Himmelsrichtung. Im *Oughtred'schen* Typ einer Doppel-Sonnenuhr (die o.g. erste Zweierkombination) ist deshalb die azimutale ebenso auf die Polstab-Uhr bei der Orientierung angewiesen wie umgekehrt.

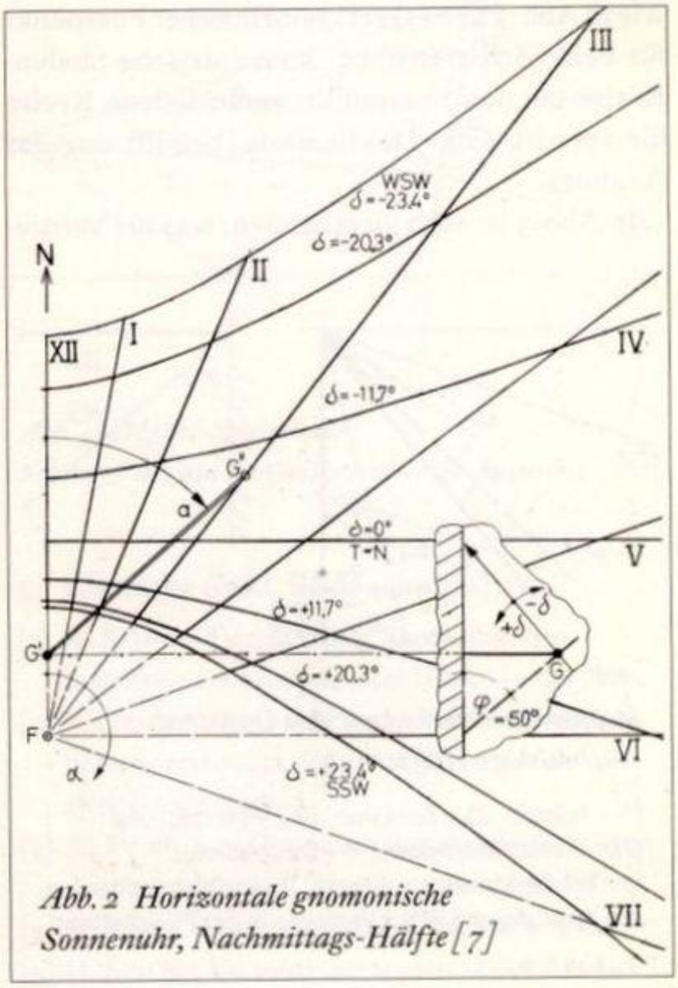


Abb. 2 Horizontale gnomonische Sonnenuhr, Nachmittags-Hälfte [7]

Zusammenfassung:

Eine Selbstorientierung ist möglich, wenn zwei Bestimmungsgrössen gemessen werden. Die Uhr muss eine Doppel-Sonnenuhr sein, wenn Stundenwinkel und Azimut gemessen werden. Sie braucht keine Doppel-Uhr zu sein, wenn Azimut und Höhenwinkel gemessen werden.

2. Selbstorientierung bei einer Doppel-Sonnenuhr vom Typ *Oughtred*

Die Verallgemeinerung der von *Oughtred* angegebenen Doppel-Sonnenuhr geschieht durch Verzicht auf dessen spezielles Zifferblatt der azimutalen Teiluhr. Weiterhin werden beide Teiluhren wie in Abb. 3 überlagert: gemeinsamer Fusspunkt für beide Schattenstäbe, konzentrische Skalen-Kreise um den Fusspunkt, verschiedene Kreise für verschiedene Deklination (betrifft nur das Azimut).

In Abb. 3 ist auch zu erkennen, was bei Verdre-

α' α

(PS)'

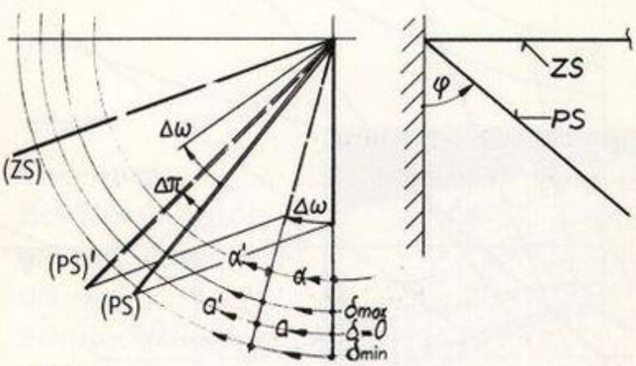


Abb. 3
Doppel-Sonnenuhr vom Typ Oughtred, Nachmittags-Hälfte

PS = Polstab, ZS = Zenitstab, (PS) = Polstab- und (ZS) = Zenitstabschatten, δ = Deklination, φ = Breitenwinkel, a = Azimut, Δω = Desorientierung, α = Richtung und Δπ = Verdrehung des PS-Schattens

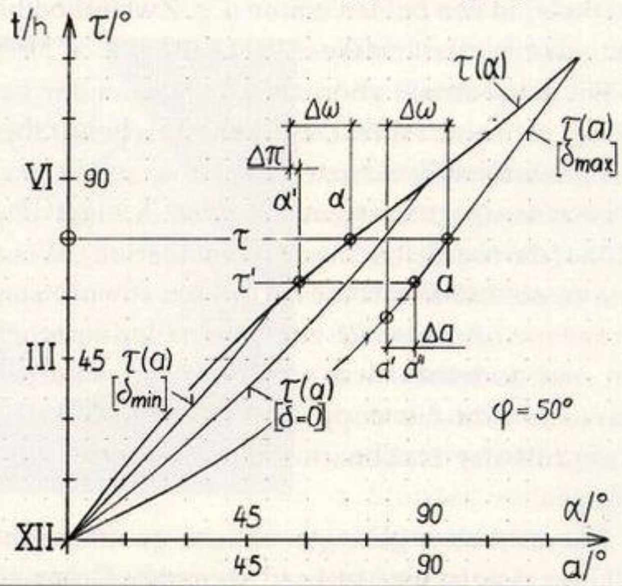
hung der ganzen Uhr aus der Lage richtiger Orientierung heraus passiert. Auffällig ist die Entstehung eines neuen Polstab-Schattens(PS)'. Der Polstab selbst wird gemeinsam mit den Kreis-Skalen um den Winkel Δω verdreht. Sein Schatten dreht aber ein Stück mit: Δπ. Sein Wert auf der α-Skala wird: $\alpha' = \alpha - (\Delta\omega - \Delta\pi)$.

Der Schatten (ZS) des Zenitstabes behält seine absolute Richtung. Sein Wert auf der a-Skala wird: $a' = a - \Delta\omega$.

Die auf den Kreisen skalierten Funktionen τ(α) und τ(a, δ) haben im allgemeinen nicht dieselbe Steigung (s. Abb. 4). Diese Tatsache und der mitdrehende Polstab-Schatten bewirken gemeinsam, dass bei Desorientierung die beiden Teiluhren nicht die gleiche Tagesstunde anzeigen, bzw. umgekehrt, dass sie nur bei einer möglichen, der richtigen Orientierung die gleiche Tageszeit anzeigen.

Eine Abschätzung dafür, wie genau sich die richtige Orientierung finden lässt, kann der folgenden Tabelle entnommen werden. Parameter sind die Tagesstunde (Stundenwinkel τ) und die Jahreszeit (Deklination δ). Die Breite ist φ = 50°. Als Grösse für die Abschätzung ist die Azimutdifferenz <u>Δa</u> gewählt. Das ist die Winkeldifferenz zwischen angezeigtem Azimut a' und dem Azimut a", das der vom Polstab angezeigten Tageszeit τ' entspricht. Der Gedankengang ist schema-

Abb. 4 Doppel-Sonnenuhr:
Skalen-Funktionen τ (α) und τ (a, δ)



tisch in Abb. 4 eingetragen und liegt auch den am Schluss erläuterten Rechenschritten zu Grunde

<u>Tabelle der Azimutdifferenzen Δa = a" – a'</u>
(in Grad)
Desorientierung Δω = +15°/–15°, Breite φ = 50° ↓

WOZ	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
τ/°	0	15	30	45	60	75	90	105	120	
δ = +23,45°	0,2	0,7	3,4	5,5	6,7	7,0	6,9	6,4	5,4	
	– 0,2	-2,9	-5,7	-7,2	-8,3	-6,9	-6,4	-5,1	-3,5	-0,2
δ = ±0,0°	0,2	0,1	1,2	2,8	4,4	5,5	(6,1 Sonne …)			
	– 0,2	-1,5	-3,3	-4,8	-5,7	-6,2	(-6,1 geht unter)			-0,2
δ = –23,45°	0,2	0,0	0,6	1,9	(3,0 Sonne schon …)					
	–0,2	-1,3	-2,7	-4,2	(-6,0 untergegangen)					-0,2

Diese Winkeldifferenz Δa wird bei einer desorientierten Uhr festgestellt. Je grösser sie – gemessen an der Desorientierung Δω – ist, umso grösser ist die Möglichkeit der Selbstorientierung.

Die Differenzen sind am Mittag immer < 1° (absolute Werte), sodass eine Orientierung wohl unmöglich ist. Die Orientierungsschwierigkeit zur Mittagszeit wurde schon bei der gnomoni-

 ↓ Δω = +15° (obere Zeile)
Δω = -15° (untere Zeile)

schen Sonnenuhr festgestellt (s. Abb. 2). Auch die folgenden Aussagen sind ähnlich wie bei der letzteren Uhr. Die Werte wachsen mit grösserem zeitlichen Abstand vom Mittag auf brauchbare Höhe. Auch in der Nähe von Sonnen-Auf- und Untergang sind sie nicht klein. Im Sommer sind die Verhältnisse günstiger als im Winter.

Die nicht unterschreitbare kleinste Winkeldifferenz Δa, die das Auflösungsvermögen einer realen Sonnenuhr vorgibt (Liniendicken, Schattenschärfe u. a.), möge der Leser seiner praktischen Erfahrung selbst entnehmen.

Die etwas aufwendigen, aber einfachen geometrischen Rechnungen sind:

1. Breite festlegen (φ), Jahres- und Tageszeit wählen (δ und τ). 50° V, δ_{max}
   Damit sind auch Azimut und Höhe gewählt (a und h), Umrechnungsformeln wie b. Punkt 6
2. Desorientierung wählen: $\Delta\omega$ 15°
3. Angezeigtes Azimut rechnen: $a' = a - \Delta\omega$
4. Ermittlung des desorientierten Polstab-Schattens: α' $\alpha' = \alpha - \Delta\omega + \Delta\bar{\tau}$
   Schattenpunkt S' der Polstab-Spitze S mittels Desorientierung $\Delta\omega$, Höhe h und Azimut a bestimmen. Die andere Bestimmungsgrösse ist der Fusspunkt F.
   Die Einzelheiten sind in Abb. 5 enthalten:
   Das Dreieck mit Winkel φ und das mit Winkel h sind aus der vertikalen in die horizontale Ebene gekippte Dreiecke.
   Im ersten wird $H = \tan\varphi$ gerechnet,
   im zweiten $A = H/\tan h$.
   Im dritten, dem horizontalen Dreieck wird über B schliesslich α' ausgerechnet:
   $B^2 = 1 + A^2 - 2 * A * \cos(180° - a + \Delta\omega)$,
   $\sin\alpha' = \sin(180° - a + \Delta\omega) * A/B$.
5. Die vom Polstab-Schatten angezeigte Tageszeit τ' ausrechnen:
   Formel [7] $\tan\alpha' = \sin\varphi * \tan\tau'$ >>
   $\tan\tau' = \tan\alpha'/\sin\varphi$
6. Aus τ' das Azimut a" ausrechnen:
   Formeln [6] $\sin a'' = \cos\delta * \sin\tau'/\cos h''$
   $\sin h'' = \cos(90° - \varphi) * \sin\delta + \sin(90° - \varphi) * \cos\delta * \cos\tau'$
7. Winkeldifferenz $\underline{\Delta a = a'' - a'}$ bilden.

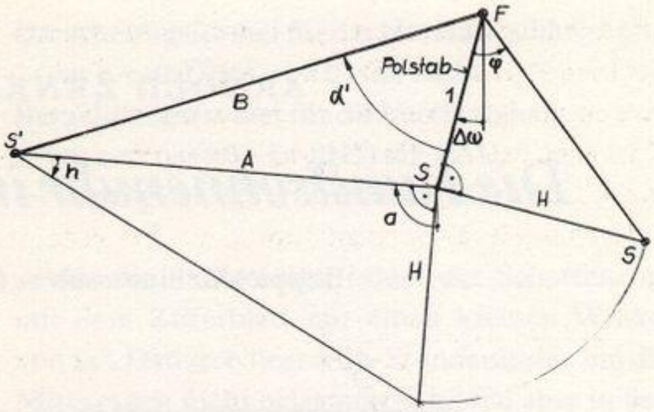


Abb. 5 Doppel-Sonnenuhr: Schatten des um $\Delta\omega$ desorientierten Polstabes

3. Literatur (inkl. Bildnachweis)

[1] R. ROHR »Astrolabische Sonnenuhren«, Schriften der Freunde alter Uhren 1979

[2] Y. OPIZZO »Eine sogenannte ›selbstorientierbare‹ Sonnenuhr«, Schriften der Freunde alter Uhren 1993

[3] H. SIGMUND »Doppelsonnenuhren«, Schriften der Freunde alter Uhren 1997 und 1998

[4] R. ROHR »Die Sonnenuhr«, München 1982

[5] H. SCHILT »Koordinatensysteme der Astronomie«, ORION-Sondernummer 1980

[6] H. SCHILT »Koordinaten-Transformationen«, ORION-Sondernummer 1980

[7] S. WETZEL »Sonnenuhr und Mathematik«, Schriften der Freunde alter Uhren 1999

Zusammenfassung

Für die Selbstorientierung der Doppel-Sonnenuhr nach *Ougthred* wird eine quantitative Untersuchung angestellt.
Eine Selbstorientierung ist möglich, wenn zwei Bestimmungsgrössen für den Ort der Sonne gemessen werden.
Wenn anstelle von Stundenwinkel und Azimut die Grössen Azimut und Höhenwinkel gemessen werden, so folgt eine selbstorientierbare Einfach-Sonnenuhr. Das ist die gnomonische Sonnenuhr mit zusätzlichen Kurven für die Deklination.