

**5.05 Die CORIOLISKRAFT**

Auf dem rotierenden Drehstuhl in Bild 182 sitzt ein Beobachter. Vor ihm auf dem sich mitdrehenden Tisch liegt ein Blatt Papier, auf das er eine berußte Kugel zunächst fest aufdrückt. Läßt er sie jetzt los, dann zeichnet sie auf dem Papier selbst ihre Bahn so auf, wie sie der mitrotierende Beobachter sieht. Dieser weiß, daß in seinem System auf die losgelassene Kugel die Zentrifugalkraft einwirkt. Er muß also erwarten, daß die Kugel radial nach außen läuft. Dies tut sie jedoch nur im ersten Augenblick. Dann biegt sie nach der Seite ab. Sie weicht nach

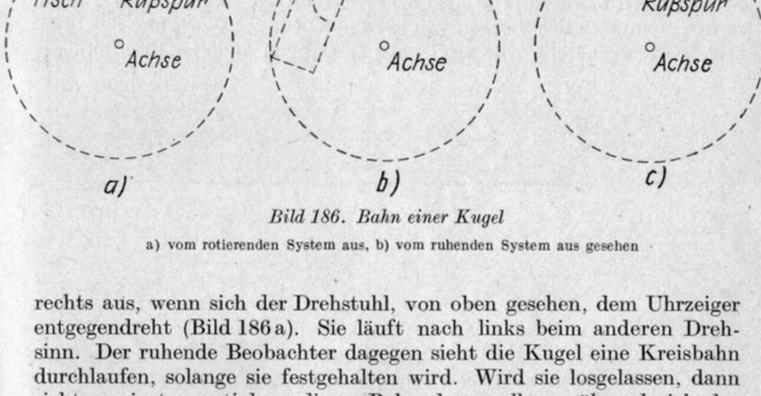


Bild 186. Bahn einer Kugel

a) vom rotierenden System aus, b) vom ruhenden System aus gesehen

rechts aus, wenn sich der Drehstuhl, von oben gesehen, dem Uhrzeiger entgegengedreht (Bild 186 a). Sie läuft nach links beim anderen Drehsinn. Der ruhende Beobachter dagegen sieht die Kugel eine Kreisbahn durchlaufen, solange sie festgehalten wird. Wird sie losgelassen, dann sieht er sie tangential zu dieser Bahn davonrollen, während sich das Brett unter ihr weiter dreht. In Bild 186 b ist diese Bahn auf den Fußboden projiziert. Dieser Versuch läßt sich erweitern. Der Drehstuhl soll, von oben gesehen, immer der Bewegung des Uhrzeigers entgegen rotieren. Wird die Kugel durch einen Stoß radial nach innen getrieben, dann sollte man erwarten, daß sie durch die Zentrifugalkraft erst abgebremst und dann radial nach außen beschleunigt wird. Man beobachtet aber etwas anderes: Sie läuft zunächst nach innen, wird aber sofort nach rechts abgelenkt und kann etwa in einem Bogen nach außen kommen (Bild 186 c). Auch bei anderen Anfangsrichtungen sieht man dasselbe. Stets ist die Kurve nach rechts gekrümmt, wenn der Drehstuhl von oben dem Drehsinn des Uhrzeigers entgegenläuft. Die Bahn ist nach links gekrümmt bei entgegengesetztem Drehsinn.

Der mitrotierende Beobachter kann sich das Ergebnis nur so erklären, daß außer der Zentrifugalkraft noch eine weitere Kraft an der Kugel wirkt, die sie senkrecht zu ihrer Bahn ablenkt. Dies ist die **CORIOLISKRAFT**  $P_C$ .

Die **CORIOLISKRAFT** ist eine Trägheitskraft, die im rotierenden Bezugssystem außer der Zentrifugalkraft eingeführt werden muß, wenn die **NEWTONSche** Grundgleichung in der üblichen Form gelten soll. Das Produkt aus Masse und Beschleunigung ist gleich der Summe von eingepägter Kraft, Zentrifugalkraft und **CORIOLISKRAFT**:

$$m \frac{d^2r}{dt^2} = \mathfrak{F} + \mathfrak{F}_Z + \mathfrak{F}_C$$

Die **CORIOLISKRAFT** wirkt nur an solchen Massen, die sich im drehenden System selbst bewegen. Sie steht senkrecht auf der Bahn und zeigt nach rechts, wenn sich das System, von oben gesehen, der Bewegung des Uhrzeigers entgegengedreht. Sie zeigt nach links beim anderen Drehsinn.



Bild 187. Zur Erläuterung der CORIOLISKRAFT

Das Wesen der **CORIOLISKRAFT** wird noch deutlicher bei folgendem Versuch (Bild 187). Zunächst wird bei ruhendem Drehstuhl ein Pfeil gegen eine Scheibe geschossen und der Auftreffpunkt  $O$  markiert. Dann geschieht das gleiche bei drehendem Stuhl. Der Auftreffpunkt  $A$  ist jetzt nach der Seite verschoben. Der ruhende Beobachter sagt: Der Pfeil läuft mit seiner Anfangsgeschwindigkeit geradlinig durch den Raum, das Bezugssystem dreht sich unter ihm weg, daher ist der Auftreffpunkt verschoben. Die Ablenkung ist also einfach eine Folge der Trägheit des Pfeiles. Der mitbewegte Beobachter dagegen schreibt die Ablenkung einer Kraft zu. Es ist nun verständlich, warum man diese Kraft als Trägheitskraft bezeichnet.

**5.06 Berechnung der CORIOLISKRAFT**

Der Gedankenversuch Bild 190 soll es ermöglichen, die **CORIOLISKRAFT** zu berechnen, wobei sich der Körper in spezieller Weise in einer Ebene senkrecht zur Drehachse bewegt. Eine Masse  $m$  läuft, von einer Feder gehalten, auf einem Kreis vom Radius  $r$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0$  um. Der ruhende Beobachter mißt daher an der Feder eine Radialkraft

$$P_r = -m \omega_0^2 r$$

Der gleiche Vorgang werde auch von einem Beobachter in einem Koordinatensystem beobachtet, das sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  dreht. Dieser erklärt ebenfalls, daß die Masse eine Kreisbahn durchläuft. Er schreibt ihr eine Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_0' = \pm \omega_0 \mp \omega$$

zu. Dabei gelten die oberen Vorzeichen für  $\omega_0 > \omega$ , wenn also die Kugel schneller läuft als der Drehstuhl, die unteren gelten für  $\omega_0 < \omega$ , d. h., wenn die Kugel langsamer läuft. Nach den ihm wohlbekannten Sätzen über die Radialkraft bei der Kreisbewegung weiß der rotierende

Beobachter, daß eine solche Kreisbewegung erzwungen wird durch eine Radialkraft

$$P_r' = -m \omega_0'^2 r$$

Andererseits sieht er auch, daß die Feder eine ganz andere Kraft (5.14) anzeigt. Er muß also Trägheitskräfte einführen, um den Unterschied zu erklären. Diese müssen radial gerichtet sein, müssen also senkrecht auf der Bahn stehen. Sie ergeben sich durch folgende Rechnung:

$$P_r' = -m \omega_0'^2 r = -m (\omega_0 \pm \omega)^2 r = -m \omega_0^2 r \mp 2m \omega_0 \omega r \mp m \omega^2 r$$

$$P_r = P_r' + 2m \omega_0 \omega r \mp m \omega^2 r$$

Im zweiten Glied der rechten Seite ist hier  $\omega_0 r = v'$  die **Relativgeschwindigkeit** der Masse im drehenden Bezugssystem, d. h. die Ge-

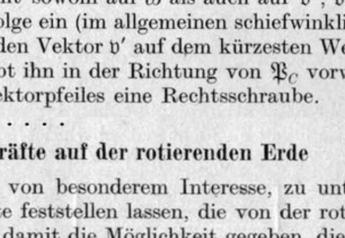


Bild 190. Zur Berechnung der CORIOLISKRAFT

schwindigkeit, die ihr der mitbewegte Beobachter zuschreibt. Also gilt

$$P_r' = P_r + m \omega^2 r \pm 2m \omega \cdot v'$$

Hier steht auf der rechten Seite die Zentrifugalkraft  $P_Z = m \omega^2 r$ , die bereits als Trägheitskraft erkannt wurde. Dazu tritt aber eine zweite Trägheitskraft, die nur dann von Null verschieden ist, wenn die Relativgeschwindigkeit  $v'$  nicht verschwindet. Dies ist — entsprechend den Erläuterungen von [5.05] — die **CORIOLISKRAFT**  $P_C$ .

$$P_C = 2m \omega v'$$

Die Gleichung (5.17) erhält nunmehr die Gestalt

$$P_r' = P_r + P_Z \pm P_C$$

Die **CORIOLISKRAFT** ist, wie schon erwähnt wurde, in diesem Beispiel radial gerichtet. Dabei können beide möglichen Richtungen auftreten.

**5.07 CORIOLISKräfte auf der rotierenden Erde**

Es ist für uns von besonderem Interesse, zu untersuchen, wie sich die **CORIOLISKräfte** feststellen lassen, die von der rotierenden Erde herühren. Ist doch damit die Möglichkeit gegeben, den gestirnten Himmel, festzustellen, und erhalten wir doch damit einen weiteren Hinweis auf die Existenz eines außerirdischen Inertialsystems. Bild 191 stellt die Erde im Schnitt dar. Im Punkt  $Q$ , der die geographische Breite  $\beta$  hat, sollen die Bewegungen beobachtet werden. Die Winkelgeschwindigkeit

wird als Vektorgröße in zwei Komponenten zerlegt. Die eine hat den Betrag  $\omega \sin \beta$  und fällt in die Richtung des Lotes im Punkt  $Q$ . Die zweite Komponente steht hierauf senkrecht; sie liegt also parallel zur Horizontalebene von  $Q$  in der Meridianebene dieses Punktes. Nunmehr wird getunt untersucht, welche Wirkung von jeder der beiden Winkelgeschwindigkeiten verursacht wird, d. h., es werden solche Bewegungsvorgänge herausgesucht, bei denen entweder die eine oder die andere Komponente der Geschwindigkeit den wesentlichen Einfluß ausübt.

Schwingt ein Pendel mit kleinen Ausschlägen, dann bewegt sich die Pendellampe praktisch in einer Ebene. Die Vertikalkomponente  $\omega \sin \beta$  der Winkelgeschwindigkeit erzeugt **CORIOLISKräfte**, die

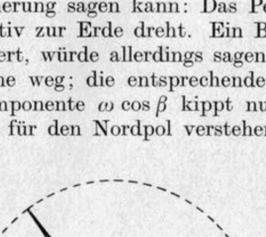


Bild 191. Zerlegung der Winkelgeschwindigkeit der Erde

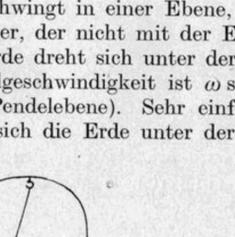


Bild 192. Schwerependel auf der rotierenden Erde

selbst in die waagerechte Ebene fallen, das Pendel also nach der Seite ablenken. Die Horizontalkomponente  $\omega \cos \beta$  dagegen hat in diesem Falle **CORIOLISKräfte** zur Folge, die vertikal gerichtet sind, die also gegen die Schwere (oder mit dieser vereint wirken müssen, die man daher (in der ersten Näherung) nicht beobachten kann. Zuzufügen die Winkelgeschwindigkeit  $\omega \sin \beta$  dreht sich die Erde, von oben gesehen, um einen Punkt der Nordhalbkugel dem Uhrzeigersinn entgegen (Bild 192), die entsprechenden **CORIOLISKräfte** zeigen also nach rechts. Das Pendel schwingt daher nicht in einer Ebene, vielmehr wird es bei jeder Schwingung etwas aus seiner Ebene nach rechts herausgelenkt. Das Pendel soll zu Beginn seiner Bewegung in seiner größten Ablenkung zunächst ruhen und dann ohne seitlichen Stoß losgelassen werden. Dann beschreiben es eine Bahn, die stark verläßt in Bild 193 dargestellt ist. Der Umkehrpunkt des Pendels wandert also wegen der Rechtsablenkung, von oben gesehen, im Uhrzeigersinn. Auf der Südhalbkugel dreht sich die Erde, von oben gesehen, im Uhrzeigersinn, die **CORIOLISKräfte** zeigen

nach links und der Umkehrpunkt des Pendels wandert, von oben gesehen, dem Uhrzeiger entgegen. Bei jeder Schwingung wandert der Umkehrpunkt nur um einen geringen Betrag, so daß man in erster Näherung sagen kann: Das Pendel schwingt in einer Ebene, die sich relativ zur Erde dreht. Ein Beobachter, der nicht mit der Erde mitrotiert, würde allerdings sagen, die Erde dreht sich unter der Pendelebene weg; die entsprechende Winkelgeschwindigkeit ist  $\omega \sin \beta$  (die Komponente  $\omega \cos \beta$  kippt nur die Pendelebene). Sehr einfach läßt sich für den Nordpol verstehen, daß sich die Erde unter der Pendel-

ebene wegdreht, weil hier die Pendelebene nicht gekippt wird. Das Pendel behält also seine Schwingungsebene im Raum überhaupt bei, die Erde dreht sich mit ihrer ganzen Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  unter dieser Ebene. Der Modellversuch von Bild 194 macht dies deutlich.

Nunmehr kann die Drehung der Pendelebene quantitativ bestimmt werden. In Bild 193 sei  $\alpha$  der Winkel, um den sich das Pendel während einer Schwingung dreht. Dieser ist aus den angezeichneten Größen zu berechnen mittels der Formel

$$\alpha = \frac{\delta}{r}$$

Ist andererseits  $T$  die Dauer einer Schwingung, so gilt weiter

$$\alpha = T \omega \cdot \sin \beta$$

Also erhält man

$$\frac{\delta}{r} = T \omega \cdot \sin \beta$$

Diese Beziehung läßt sich auch in einem Vorlesungsversuch schnell bestätigen (Bild 195). Man verwendet ein Pendel mit einer Kugel von

mehreren Kilogramm Masse an einem möglichst langen Faden. Der Pendelfaden wird an seiner Umkehrstelle zusammen mit einer feststehenden Millimeterskala hoch vergrößert auf die Wand projiziert. Läßt man das Pendel schwingen, dann wird der Pendelfaden nach jeder Schwingung immer wieder kurzzeitig an der Umkehrstelle scharf ab-

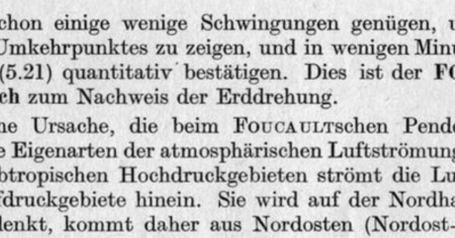


Bild 195. FOUCAULTScher Pendelversuch

gebildet. Schon einige wenige Schwingungen genügen, um das Fortrücken des Umkehrpunktes zu zeigen, und in wenigen Minuten läßt sich die Formel (5.21) quantitativ bestätigen. Dies ist der **FOUCAULTSche** Pendelversuch zum Nachweis der Erddrehung.

Die gleiche Ursache, die beim **FOUCAULTSchen** Pendel wirkt, hat verschiedene Eigenarten der atmosphärischen Luftströmungen zur Folge. Aus den subtropischen Hochdruckgebieten strömt die Luft in die tropischen Tiefdruckgebiete hinein. Sie wird auf der Nordhalbkugel nach rechts abgelenkt, kommt daher aus Nordosten (Nordost-Passat). Auf der Südhalbkugel wird sie nach links abgelenkt und bildet den Südost-Passat. Fließt die Luft in ein Tiefdruckgebiet hinein, so strömt sie nicht auf geradem Weg, sondern wird nach der Seite abgelenkt, auf der Nordhalbkugel nach rechts, auf der südlichen Halbkugel nach links. Das gleiche gilt für die Luft, die aus den Hochdruckgebieten herausströmt (Bild 196).



Bild 196. Ablenkung des Windes durch die CORIOLISKRAFT